



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 8 FEBRUARIE 2026

CLASA A VII-a

Soluții și bareme de corectare

SUBIECTUL I (40 de puncte)

Subiect	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Răspuns corect	D	A	D	B	C	E	D	B	A	E
	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p	4p

SUBIECTUL II (25 de puncte)

Fie triunghiul ABC , cu $\angle ACB = 30^\circ$, AM mediană și punctul O pe segmentul AM astfel încât $AO = 2MO$. Paralela prin punctul C la latura AB intersectează dreapta BO în punctul F .

- Fie P mijlocul segmentului AF și $\{N\} = BO \cap AC$. Arătați că punctele M, N, P sunt coliniare.
- Dacă $AC = 8$ cm, aflați distanța de la punctul N la dreapta AF .
- Știind că aria triunghiului ABM este egală cu 12 cm^2 , calculați aria patrulaterului $AONP$ și aria triunghiului MOP .

Supliment Gazeta Matematică nr. 11 / 2025

Soluție.

a) Cum AM este mediană și $AO = 2MO$, rezultă că O este centrul de greutate al triunghiului ABC . Atunci și BO este mediană, iar cum $BO \cap AC = \{N\}$, rezultă că punctul N este mijlocul segmentului AC **2p**

Rezultă că MN este linie mijlocie în triunghiul ABC , deci $MN \parallel AB$ **2p**

În triunghiul AFC , N este mijlocul laturii AC și P este mijlocul laturii AF , deci NP este linie mijlocie în $\triangle AFC$, de unde rezultă că $NP \parallel CF$ **2p**

Din $NP \parallel CF$ și $CF \parallel AB$, rezultă că $NP \parallel AB$, iar din $MN \parallel AB$ și $NP \parallel AB$, folosind faptul că prin punctul N (exterior dreptei AB) trece o unică paralelă la AB , rezultă că punctele M, N, P sunt coliniare **2p**

b) Construim $NR \perp AF$, $R \in AF$; atunci $d(N, AF) = AR$ **2p**

Din $MN \parallel AB$ și $AB \parallel CF$ rezultă că $MN \parallel CF$. Atunci, în triunghiul BCF , M este mijlocul laturii BC , $N \in BF$ și $MN \parallel CF$, deci MN este linie mijlocie în triunghiul BCF . Deducem că $AB = CF = 2 \cdot MN$, iar cum $AB \parallel CF$, rezultă că patrulaterul $ABCF$ este paralelogram **2p**

Atunci $\angle CAR \equiv \angle ACB$ (alterne interne), deci $\angle CAR = 30^\circ$. Din triunghiul NAR , dreptunghic în R , cu

$\angle NAR = 30^\circ$, deducem că $NR = \frac{1}{2} \cdot AN = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot AC = 2 \text{ cm}$ **3p**

c) AM mediană în $\triangle ABC \Rightarrow \mathcal{A}_{ABC} = 2 \cdot \mathcal{A}_{ABM} = 24 \text{ cm}^2$ **1p**

$ABCF$ paralelogram $\Rightarrow \mathcal{A}_{ABF} = \frac{1}{2} \mathcal{A}_{ABCF} = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \mathcal{A}_{ABC}) = \mathcal{A}_{ABC} = 24 \text{ cm}^2$ **1p**

Cum NP mediană în $\triangle NAF$ și AN mediană în $\triangle ABF$, rezultă $\mathcal{A}_{NAP} = \frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{NAF} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{ABF} = 6 \text{ cm}^2$ **2p**



$$ON = \frac{1}{3} \cdot BN \Rightarrow \mathcal{A}_{AON} = \frac{1}{3} \cdot \mathcal{A}_{ABN} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{ABC} \right) = 4 \text{ cm}^2, \text{ deci } \mathcal{A}_{AONP} = \mathcal{A}_{AON} + \mathcal{A}_{ANP} = 10 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots 2p$$

Din NP linie mijlocie în $\triangle ACF$, MN linie mijlocie în $\triangle ABC$, rezultă $NP = \frac{1}{2} \cdot CF = \frac{1}{2} \cdot AB = MN$, deci N este mijlocul segmentului MP . Atunci, cum ON este mediană în $\triangle OMP$, rezultă că $\mathcal{A}_{OMP} = 2 \cdot \mathcal{A}_{OMN} \dots\dots\dots 2p$

$$\text{Dar } ON = \frac{1}{3} \cdot BN \Rightarrow \mathcal{A}_{OMN} = \frac{1}{3} \cdot \mathcal{A}_{BMN} = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{NBC} \right) = \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \mathcal{A}_{ABC} \right) = 2 \text{ cm}^2, \text{ deci } \mathcal{A}_{OMP} = 4 \text{ cm}^2 \dots\dots\dots 2p$$

SUBIECTUL III (25 de puncte)

Pe cercul de centru O și diametru AB se consideră un punct mobil M , diferit de capetele diametrului. Dacă $MP \perp AB$, $P \in AB$, arătați că bisectoarea unghiului OMP trece printr-un punct fix.

Soluție.

Notăm cu Q punctul în care bisectoarea unghiului OMP intersectează cercul.

$$OM = OQ = R \Rightarrow \triangle OMQ \text{ isoscel} \Rightarrow \sphericalangle OMQ \equiv \sphericalangle OQM \dots\dots\dots 6p$$

Cum MQ este bisectoarea lui $\sphericalangle OMP$, rezultă $\sphericalangle PMQ \equiv \sphericalangle OMQ$, deci $\sphericalangle PMQ \equiv \sphericalangle OQM$ (unghiuri alterne interne), de unde obținem $MP \parallel OQ \dots\dots\dots 6p$

$$MP \perp AB \Rightarrow OQ \perp AB \dots\dots\dots 4p$$

$$\text{În triunghiul } QAB, QO \text{ este mediană și înălțime, deci } \triangle QAB \text{ este isoscel} \Rightarrow QA \equiv QB \dots\dots\dots 4p$$

La coarde egale corespund arce egale, deci $QA \equiv QB$, adică punctul Q este mijlocul arcului AB . Deoarece punctele A și B sunt fixe, punctul Q este de și el fix, de unde rezultă concluzia problemei $\dots\dots\dots 5p$